

دفترچه سؤالات مرحله اول

سی و چهارمین المپیاد کامپیوتر

سال برگزاری	تعداد سؤالات	زمان پاسخ‌گویی
۱۴۰۲	۱۵	۱۲۰ دقیقه

توضیحات مهم

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱. کد دفترچه‌ی سؤالات شما ۱ است. این کد را در محلّ مربوط روی پاسخ‌نامه با مداد پر کنید. در غیر این صورت پاسخ‌نامه‌ی شما تصحیح نخواهد شد.
- ۲- بلافاصله پس از آغاز آزمون، تعداد سؤالات داخل دفترچه و وجود همه‌ی برگه‌های دفترچه‌ی سؤالات را بررسی نمایید. در صورت وجود هر گونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید.
- ۳- یک برگ پاسخ‌نامه در اختیار شما قرار گرفته که مشخصات شما بر روی آن نوشته شده است. در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسئول جلسه را مطلع کنید. ضمناً مشخصات خواسته شده در بالای پاسخ‌نامه را با مداد مشکی بنویسید.
- ۴- برگه‌ی پاسخ‌نامه را دستگاه تصحیح می‌کند، پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید و به علاوه، پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محلّ مربوط علامت بزنید. لطفاً خانه‌ی مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.
- ۵- دفترچه باید همراه پاسخ‌نامه تحویل داده شود.
- ۶- پاسخ درست به هر سؤال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- ۷- شرکت‌کنندگان در دوره‌ی تابستانی از بین دانش‌آموزان پایه‌ی دهم و یازدهم انتخاب می‌شوند.
۸. خبرگاه المپیاد کامپیوتر: inoi.ir می‌باشد.



- زمان آزمون ۱۲۰ دقیقه است.
- پاسخ درست به هر سؤال ۴ نمره مثبت و پاسخ نادرست به هر سؤال ۱ نمره منفی دارد.
- سؤالات ۷ تا ۱۵ در دسته‌های چند سؤالی آمده‌اند و قبل از هر دسته توضیحی ارائه شده است.

۱- **جبیارا** سیاره‌ای شامل موجودات فرازمینی است. هر سال در این سیاره شامل ۱۶ ماه ۳۲ روزه است. ساکنین جبیارا تاریخ را در دو قالب «روز/ماه/سال» و «ماه/روز/سال» می‌نویسند. این کار باعث می‌شود برخی اوقات نتوانند روز دقیق را از روی تاریخ نوشته شده تشخیص دهند (برای مثال «۱۲۰۰ / ۴ / ۱۲») مشخص نیست که به روز دوازدهم ماه چهارم اشاره می‌کند یا به روز چهارم ماه دوازدهم). در جبیارا به یک روز مقدس گویند، اگر از تاریخ نوشته شده آن روز (بدون دانستن نوع قالب نوشته شده)، بتوان روز را به طور یکتا تشخیص داد. در جبیارا، طی سال ۱۴۰۲ چند روز مقدس وجود دارد؟

(۱) ۵۱۲ (۲) ۷۶۸ (۳) ۲۷۲ (۴) ۲۵۶ (۵) ۳۰۰

۲- به هنگام جمع کردن دو عدد، ده بر یک وقتی رخ می‌دهد که جمع دو رقم متناظر از ۹ بیشتر شود. برای مثال به هنگام جمع کردن دو عدد ۱۵۳ و ۶۹ ارقام ۵ (از عدد اول) و ۶ (از عدد دوم) ده بر یک می‌سازند. می‌خواهیم دو عدد پنج رقمی A و B انتخاب کنیم، طوری که اولاً هر یک از ارقام ۰ تا ۹ دقیقاً یک بار در یکی از این دو عدد به کار رفته باشد؛ ثانیاً به هنگام جمع کردن این دو عدد، ده بر یک رخ ندهد. به چند طریق این کار ممکن است؟

(۱) ۱۴۴۰۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۰۷۲ (۴) ۳۸۴۰ (۵) ۱۲۸

۳- یک فروشگاه برای خریداران باتری پیشنهاد ویژه‌ای در نظر گرفته است. خریداران پس از مصرف، با برگرداندن هر سه باتری خالی (مصرف شده) به فروشگاه، یک باتری نو به صورت مجانی می‌گیرند. اگر قیمت هر باتری هزار تومان باشد، حداقل چند هزار تومان پول نیاز داریم تا بتوانیم ۱۰۸۴ باتری مصرف کنیم؟

(۱) ۷۲۳ (۲) ۷۲۹ (۳) ۸۱۰ (۴) ۸۱۳ (۵) ۱۰۸۴



محاسبات و نکته‌های مهم



۴- ایلچ می خواهد روی هر یک از خانه های جدول زیر، یکی از اعداد ۱ تا ۵ را بنویسد (الزامی ندارد اعداد نوشته شده متمایز باشند):

--	--	--	--	--	--

پس از نوشتن اعداد توسط ایلچ، قورباغه ای در خانه سمت چپ جدول قرار می گیرد. هر مرحله قورباغه عدد خانه خود را دیده و به همان مقدار، به سمت راست می پرد (برای مثال اگر عدد خانه قورباغه برابر ۱ باشد، قورباغه به خانه مجاور راستی می پرد). اگر عدد قورباغه به قدری بزرگ باشد که خانه ای برای مقصد پرش وجود نداشته باشد، قورباغه نخواهد پرید. ایلچ به چند روش می تواند اعداد را در خانه های جدول بنویسد، طوری که قورباغه پس از تعدادی گام، به خانه سمت راست جدول برسد؟

(۱) ۶۲۵ (۲) ۵۶۲۵ (۳) ۳۱۲۵ (۴) ۳۲ (۵) ۶۴۸۰

۵- به هر یک از ارقام ۰ و ۱ یک بیت می گوئیم. عمل \wedge روی دو بیت به صورت زیر تعریف می شود:

$$0 \wedge 0 = 0 \quad 0 \wedge 1 = 0 \quad 1 \wedge 0 = 0 \quad 1 \wedge 1 = 1$$

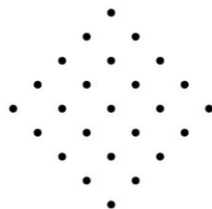
عمل \wedge بین دو عدد به این صورت انجام می شود که ابتدا دو عدد را در مبنای ۲ می نویسیم، سپس برای هر بیت متناظر عمل \wedge را انجام می دهیم. برای مثال:

$$6 \wedge 13 = (110)_2 \wedge (1101)_2 = (100)_2 = 4$$

به ازای هر عدد طبیعی x از ۱ تا ۱۰۲۴ مقدار $(2x) \wedge x$ را محاسبه می کنیم. مجموع اعداد به دست آمده چقدر است؟

(۱) ۲۶۱۶۳۲ (۲) ۵۲۳۷۷۶ (۳) ۵۲۴۰۳۲ (۴) ۵۲۳۲۶۴ (۵) ۲۶۱۸۸۸

۶- شکل زیر، شبکه ای از ۲۵ نقطه است:



منظور از یک امینک، مربعی با اضلاع افقی و عمودی است که رأس های آن از نقاط شکل بالا باشند. در ابتدا تمام نقاط شکل بالا سیاه هستند. هر مرحله می توانیم یکی از دو کار زیر را انجام دهیم:

- یک نقطه سیاه را انتخاب کرده و آن را سفید کنیم.
- یک امینک انتخاب کرده و تمام نقطه های روی رأس ها و ضلع های آن را سفید کنیم.

حداقل چند مرحله نیاز داریم تا بتوانیم تمام نقاط شکل بالا را سفید کنیم؟

(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰ (۵) ۱۱



محاسبات و نکته های مهم



یک جدول شماره‌دار، جدولی $n \times n$ است که سطرهای آن به ترتیب از بالا به پایین با اعداد ۱ تا n و ستون‌های آن نیز به ترتیب از چپ به راست با اعداد ۱ تا n شماره‌گذاری شده‌اند. برای مثال، شکل زیر جدول شماره‌دار 3×3 است:

	۱	۲	۳
۱			
۲			
۳			

به یک جدول شماره‌دار سلطانی گوییم، اگر خانه‌های آن با سیاه و سفید رنگ شده باشند و همچنین به ازای هر $i, j \in \{1, 2, 3\}$ سطر شماره i و ستون شماره j مجموعاً حداقل $|j-i|$ خانه سیاه داشته باشند.

«با توجه به توضیحات بالا به ۲ سؤال زیر پاسخ دهید»

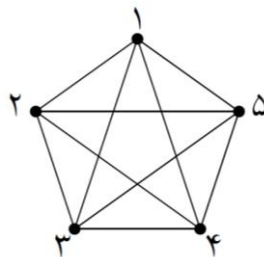
۷- یک جدول شماره‌دار سلطانی 3×3 حداقل چند خانه سیاه دارد؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴ (۵)

۸- یک جدول شماره‌دار سلطانی 4×4 حداقل چند خانه سیاه دارد؟

- ۸ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۴ (۵)

در شکل زیر، پنج نقطه با شماره‌های ۱ تا ۵ داریم که تمام پاره‌خط‌های میان آن‌ها کشیده شده است:



به هر یک از پنج نقطه گفته شده یک رأس می‌گوییم. هر یک از پاره‌خط‌های میان رأس‌ها را نیز یک یال می‌نامیم. عمل علم‌فور شامل انتخاب چهار رأس و علامت زدن تمام یال‌های میان آن‌هاست.

«با توجه به توضیحات بالا به ۲ سؤال زیر پاسخ دهید»

۹- حداقل چند عمل علم‌فور نیاز است تا تمام یال‌ها دست کم یک بار علامت زده شوند؟

- ۲ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵)



محاسبات و نکته‌های مهم



۱۰- می‌خواهیم تعدادی عمل علم‌فور انجام دهیم، طوری که هر یال دقیقاً k بار علامت بخورد و k عددی طبیعی باشد. کمینه ممکن برای k چیست؟

۵ (۶)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۵)

در زمان پادشاهی سلطان، کتیبه‌هایی نوشته شده بودند که به تازگی کشف شده‌اند. هر کتیبه از تعدادی دایره سیاه و سفید تشکیل شده که برخی از آن‌ها با پاره‌خط‌هایی به هم وصل هستند.

باستان‌شناسان متوجه شدند که کتیبه‌های سلطان با اعداد ۱، ۲، ۳ و ... شماره‌گذاری شده‌اند. هر کدام از کتیبه‌های شماره ۱ و ۲ فقط یک دایره دارند و به صورت زیر هستند:

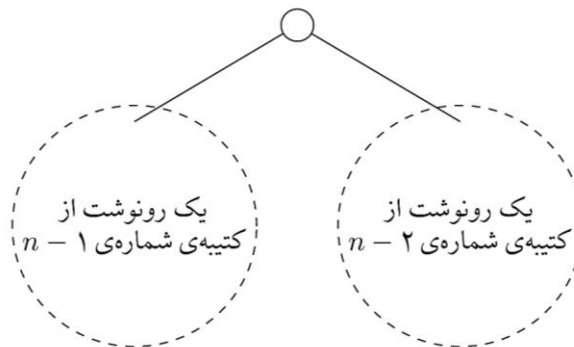


کتیبه‌ی شماره‌ی ۲

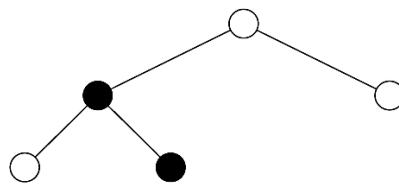


کتیبه‌ی شماره‌ی ۱

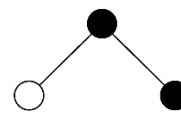
به ازای هر $n \geq 3$ نیز کتیبه‌ی شماره n به شکل زیر است (که در آن دایره بالا به دایره‌های بالایی دو رونوشت از کتیبه‌های شماره $n-2$ و $n-1$ با یک پاره‌خط وصل شده است):



دایره بالایی کتیبه‌های با شماره زوج، سفید و دایره بالایی کتیبه‌های با شماره فرد، سیاه است. برای مثال، کتیبه‌های شماره ۳ و ۴ در شکل زیر قابل مشاهده است:



کتیبه‌ی شماره‌ی ۴



کتیبه‌ی شماره‌ی ۳



محاسبات و نکته‌های مهم



هر مسیر در یک کتیبه، از یک دایره آغاز می‌شود، هر مرحله با طی کردن یک پاره‌خط به یک دایره دیگر می‌رود تا در نهایت به دایره مقصد برسد (عبور از دایره تکراری در مسیر، مجاز نیست). توجه کنید ممکن است مسیر شامل فقط یک دایره باشد.

«با توجه به توضیحات بالا به ۲ سؤال زیر پاسخ دهید»

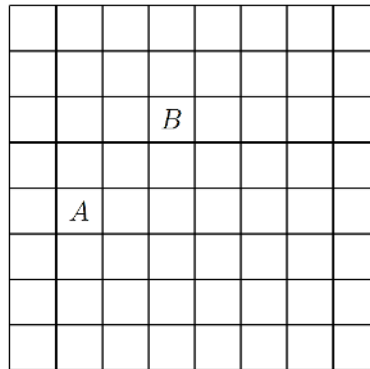
۱۱- بزرگی یک مسیر در یک کتیبه، تعداد دایره‌های آن است. در کتیبه شماره ۷، چند مسیر با بزرگی ۳ وجود دارد؟

- ۳۴ (۱) ۱۲ (۲) ۶۰ (۳) ۴۱ (۴) ۵ (۵)

۱۲- به یک مسیر در یک کتیبه، تکفام گوئیم، اگر تمام دایره‌های آن هم‌رنگ باشند. در کتیبه شماره ۷ چند مسیر تکفام وجود دارد؟

- ۲۴ (۱) ۱۳ (۲) ۵۵ (۳) ۳۸ (۴) ۴۲ (۵)

هر حرکت مهره فیل در شطرنج، با در نظر گرفتن یکی از قطره‌های شامل خانه فعلی و منتقل کردن مهره به یک خانه دیگر از آن قطر انجام می‌شود. برای مثال در شکل زیر، مهره فیل می‌تواند با یک حرکت از خانه A به خانه B برود:



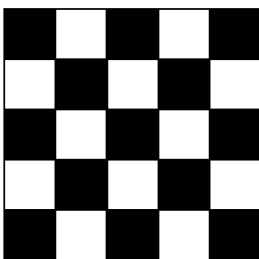
دو مهره فیل یکدیگر را تهدید می‌کنند، اگر در یک قطر قرار داشته باشند. برای مثال در شکل بالا، اگر دو مهره فیل در خانه‌های A و B وجود داشته باشد، یکدیگر را تهدید می‌کنند.

«با توجه به توضیحات بالا به ۳ سؤال زیر پاسخ دهید»

۱۳- در تخته شطرنجی 5×5 زیر، می‌خواهیم یک مهره فیل روی یکی از خانه‌های سیاه قرار دهیم و با تعدادی حرکت، کاری کنیم که مهره فیل، تمام خانه‌های سیاه را ببیند (تمام خانه‌هایی که در مسیر یک حرکت هستند نیز توسط مهره دیده می‌شوند). مهره را حداقل چند بار باید حرکت بدهیم تا به هدفمان برسیم؟

- ۱۰ (۱) ۹ (۲) ۶ (۳)

- ۷ (۴) ۸ (۵)



محاسبات و نکته‌های مهم



۱۴- در یک تخته شطرنج 9×5 حداکثر چند مهره فیل می‌توان قرار داد، طوری که یکدیگر را تهدید نکنند؟

۱۳ (۵)

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۱۵- پاسخ سؤال قبل را k در نظر بگیرید. به چند طریق می‌توان k مهره فیل در خانه‌های یک تخته شطرنج 9×5 قرار داد، طوری که یکدیگر را تهدید نکنند؟

۷۵ (۵)

۳ (۴)

۱ (۳)

۴۲ (۲)

۲۵ (۱)



محاسبات و نکته‌های مهم



اگر این پاسخنامه برای به شما نیست، مسئول جلسه را آگاه کنید.



کلیدالمپیاد کامپیوتر

مرحله اول ۱۴۰۲

غلط:

صحیح:

فقط یک گزینه درست را برای هر سؤال با مداد سیاه تکمیل کنید:

۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۳۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۳۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۶۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۶۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۶۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۶۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۶۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۶۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۶۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۷۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۹۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۹۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۹۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۹۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۹۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۹۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۹۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۷۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۷۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۸۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۰۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۰۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۰۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۰۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۰۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۰۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۰۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۵۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۵۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۵۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۸۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

