دفترچه سؤالات مرحله دوم

بیستمین المپیاد نجوم و اخترفیزیک

سال برگزاری	تعداد سؤالات	زمان پاسخ‌گویی
۱۴۰۳	۱۲	۲۴۰ دقیقه

توضیحات مهم

استفاده از ماشین‌حساب مجاز است.

۱) مشخصات خود را با اطلاعات بالای هر صفحه تطبیق دهید. در صورتی‌که حتی یکی از صفحات پاسخ‌نامه با مشخصات شما همخوانی ندارد، بلافاصله مراقبین را مطلع نمایید.

۲) پاسخ هر سؤال را در محل تعیین شده خود بنویسید. چنانچه همه یا قسمتی از جواب سؤال را در محل پاسخ سؤال دیگری بنویسید، به شما نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.

۳) با توجه به آن‌که برگه‌های پاسخ‌نامه به نام شما صادر شده است، امکان ارائه هیچ‌گونه برگه اضافه وجود نخواهد داشت. لذا توصیه می‌شود ابتدا سؤالات را در برگه چرک‌نویس، حل کرده و آنگاه در پاسخنامه پاکنویس نمایید.

۴) عملیات تصحیح توسط مصححین، پس از قطع سربرگ، به صورت ناشناس انجام خواهد شد. لذا از درج هر گونه نوشته یا علامت مشخصه که نشان‌دهنده صاحب برگه باشد، خودداری نمایید. در غیر این صورت تقلب محسوب شده و در هر مرحله‌ای که باشید از ادامه حضور در المپیاد محروم خواهید شد.

۵) از مخدوش کردن دایره‌ها در چهار گوشه صفحه و بارکدها خودداری کنید، در غیر این صورت برگه شما تصحیح نخواهد شد.

۶) همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی نظیر تلفن همراه، ساعت هوشمند، دستبند هوشمند و لپ تاپ ممنوع است. همراه داشتن این قبیل وسایل حتی اگر از آن استفاده نکنید یا خاموش باشد، تقلب محسوب خواهد شد.

۷) شرکت‌کنندگان در دوره تابستان از بین دانش‌آموزان پایه دهم و یازدهم انتخاب می‌شوند.

ثوابت فیزیکی و نجومی

کمیت		مقدار	
G	ثابت جهانی گرانش	$m^3 s^{-2} kg^{-1}$	$۶٫۶۷\times۱۰^{-۱۱}$
h	ثابت پلانک	Js	$۶٫۶۳\times۱۰^{-۳۴}$
c	سرعت نور	ms^{-1}	۳×۱۰^{۸}
σ	ثابت استفان- بولتزمان	$W\,m^{-2}\,K^{-4}$	$۵٫۶۷\times۱۰^{-۸}$
m_p	جرم پروتون	kg	$۱٫۶۷\times۱۰^{-۲۷}$
m_e	جرم الکترون	kg	$۹٫۱۱\times۱۰^{-۳۱}$
e	بار الکترون	C	$۱٫۶\times۱۰^{-۱۹}$
pc	پارسک	m	$۳٫۰۹\times۱۰^{۱۶}$
M_{sun}	جرم خورشید	kg	$۱٫۹۹\times۱۰^{۳۰}$
R_{sun}	شعاع خورشید	m	$۶٫۹۶\times۱۰^{۸}$
L_{sun}	درخشندگی خورشید	W	$۳٫۸۵\times۱۰^{۲۶}$
$T_{eff_{sun}}$	دمای مؤثر سطح خورشید	K	۵۷۷۷
$M_{V_{sun}}$	قدر مطلق خورشید		۴٫۸۳
$m_{V_{sun}}$	قدر ظاهری خورشید		-۲۶٫۷
BC_{sun}	تصحیح بولومتریک خورشید		−۰٫۱۴
M_{Earth}	جرم زمین	kg	$۵٫۹۷\times۱۰^{۲۴}$
R_{Earth}	شعاع زمین	km	۶۳۷۱
A_{Earth}	آلبدو زمین		۰٫۳
ε	انحراف دایرةالبروج نسبت به استوا		۲۳°٫۵
R_{Venus}	شعاع زهره	km	۶۰ ۵۲
r_{Venus}	شعاع مداری زهره	AU	۰٫۷
A_{Venus}	آلبدو زهره		۰٫۷
R_{Mars}	شعاع مریخ	km	۳۳۹۰
r_{Mars}	شعاع مداری مریخ	AU	۱٫۵
A	آنگستروم	m	$۱۰^{-۱۰}$
	روز نجومی		۲۳h ۵۶m

محاسبات و نکته‌های مهم

سؤال اول (۳۵ نمره)

ناظری می‌خواهد به کمک آسمان عرض جغرافیایی محلی که در آن قرار دارد را پیدا کند. او از آسمان فقط دو نقطه و دو صفحه را می‌شناسد؛ سیاره‌ای که روی دایرةالبروج قرار دارد، قطب شمال دایرةالبروج و صفحه افق و صفحه نصف‌النهار. او ارتفاع سیاره را در لحظه عبور بالایی ۱۰ درجه و در همین هنگام، ارتفاع قطب شمال دایرةالبروج را ۷۰ درجه اندازه می‌گیرد. عرض جغرافیایی ناظر را به دست آورید.

سؤال دوم (۴۰ نمره)

طوفانی از غبار سطح مریخ را پوشانده است و باعث می‌شود که قدر ظاهری خورشید در سمت‌الرأس ناظری روی سطح مریخ نسبت به حالتی که غبار نباشد به اندازهٔ $|\Delta m| = ۰/۵$ تغییر کند.

الف) با فرض این‌که شعاع ذرات غبار حدوداً $r = ۰/۵\ mm$ و چگالی ماده موجود در هر ذره غبار $\rho = ۱/۵\ \frac{gr}{cm^۳}$ باشد، جرم کل لایه غبار را به‌دست آورید.

ب) فرض کنید جرم لایه غبار همان است که در بخش الف به‌دست آورده‌اید، اما شعاع ذرات غبار یک پنجم قبل است (یعنی $r = ۰/۱\ mm$). در این صورت تغییر قدر ظاهری خورشید در سمت‌الرأس ناظر روی سطح مریخ چقدر است؟

سؤال سوم (۴۰ نمره)

یک ناظر روی زمین داریم که به سیاره زهره نگاه می‌کند و یک ناظر روی سیاره زهره داریم که به زمین نگاه می‌کند. قدر ظاهری که ناظر روی زهره برای زمین ثبت می‌کند را m_E و قدر ظاهری که ناظر روی زمین برای زهره ثبت می‌کند را m_V می‌نامیم.

هنگامی که فاصله زمین و زهره $۰/۵\ AU$ باشد، $m_E - m_V$ را به‌دست آورید.

سؤال چهارم (۴۵ نمره)

کیانوش در عرض و طول جغرافیایی ۶۰ درجه شمالی و ۴۰ درجه شرقی و پژمان در عرض و طول جغرافیایی ۳۰ درجه جنوبی و ۱۰ درجه شرقی رو به شرق ایستاده‌اند و تصمیم می‌گیرند تا هر یک در مسیری مستقیم که روبرویشان است شروع به حرکت کنند و این مسیر مستقیم را ادامه بدهند. نسبت سرعت حرکت کیانوش به سرعت حرکت پژمان چقدر باید باشد تا آن‌ها با طی کمترین مسافت در یک نقطه به هم برسند؟

محاسبات و نکته‌های مهم

سؤال پنجم (۵۰ نمره)

یک خوشه ستاره‌ای شامل ۱۵۰۰ ستاره با جرم‌های تقریباً یکسان و هر کدام به جرم خورشید هستند. این خوشه ستاره‌ای به صورت کروی است و ستاره‌ها در آن تقریباً یا یک توزیع یکنواخت قرار گرفته‌اند. شعاع خوشه در حدود ۲٫۵ پارسک است. خوشه فوق در فاصله ۱۳۰۰ پارسکی از ما قرار گرفته است و ضریب خاموشی فضای بین ستاره‌ای از خوشه تا ما در حدود ۰٫۷ قدر بر کیلوپارسک است.

الف) قدر ظاهری هر ستاره را محاسبه کنید.

ب) قدر ظاهری خوشه چقدر است؟

ج) قدر ظاهری سطحی خوشه، به طور متوسط چند قدر بر دقیقه قوسی مربع است؟

د) نسبت کمترین سرعت ستاره‌ای در لبه این خوشه که بتواند از گرانش خوشه فرار کند به میانگین سرعت ستاره‌های خوشه چقدر است؟

سؤال ششم (۵۰ نمره)

اگر یک سیاه‌چاله پر جرم بین ناظر و منبع نور قرار گیرد، با توجه به معادلات نسبیت عام، توسط ناظر دو تصویر از منبع نور دیده می‌شود. این پدیده مانند این است که سیاه‌چاله مانند یک عدسی عمل می‌کند. منشأ این پدیده، معادلات گرانشی نسبیت عام است که باعث خم شدن مسیر نور در نزدیکی یک جرم می‌شود. لذا به این پدیده، عدسی گرانشی نیز گفته می‌شود. با توجه به شکل زیر اگر جدایی زاویه‌ای بین منبع و سیاه‌چاله β باشد، دو تصویر در زوایای θ^+ و θ^- در دو طرف سیاه‌چاله تشکیل می‌شوند که با رابطه زیر تعیین می‌شوند:

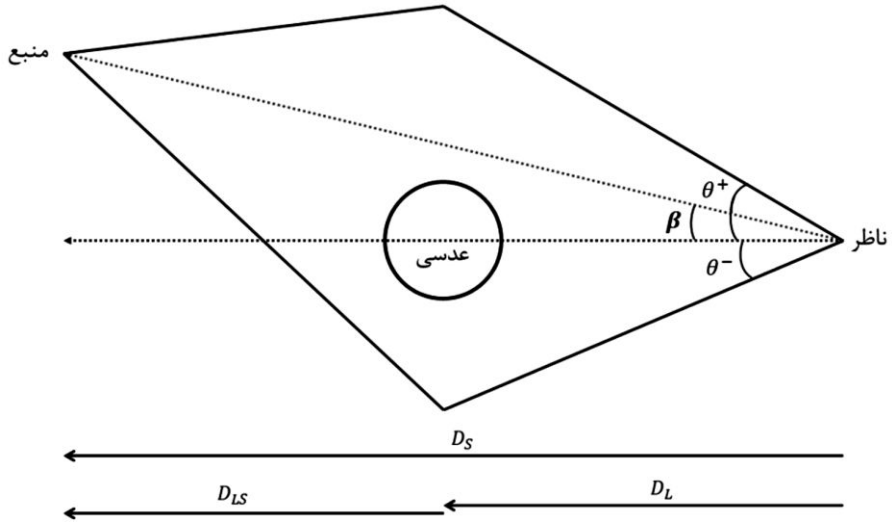
$$\theta^{\pm} = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}}{2}$$

به دست می‌آید که در آن θ_E زاویه اینشتین نام دارد و با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \cdot \frac{(D_S - D_L)}{D_S D_L}}$$

محاسبات و نکته‌های مهم

در رابطه ذکر شده G ثابت جهانی گرانش، M جرم سیاه‌چاله، c سرعت نور، D_S فاصله منبع و ناظر، D_L فاصله سیاه‌چاله (عدسی) تا ناظر است.



الف) اگر منبع و عدسی از دید ناظر دقیقاً در یک راستا باشند، انتظار دارید ناظر، چه تصویری از منبع مشاهده کند؟

بزرگ‌نمایی هر یک از تصاویر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A^{\pm} = \frac{\theta^{\pm}}{\beta}\frac{d\theta^{\pm}}{d\beta}$$

این نسبت بزرگ‌نمایی در واقع نسبت مساحت تصویر به مساحت منبع از دید ناظر است. به همین دلیل است که به این پدیده عدسی گرانشی گفته می‌شود زیرا اندازه تصویر را تغییر می‌دهد. مقدار نسبت بزرگ‌نمایی در تصویر را با R نمایش می‌دهیم:

$$R = \frac{|A^+|}{|A^-|}$$

برای سادگی محاسبات معمولاً پارامتر برخورد y را به صورت $y := \frac{\beta}{\theta_E}$ تعریف می‌کنند.

ب) مقدار R را بر حسب y به‌دست آورید.

ج) مقدار R را می‌توانیم از تصویرهای ثبت شده برای پدیده عدسی گرانشی به دست آوریم. با فرض پیدا کردن D_S و D_L و β از روش‌های دیگر، رابطه‌ای بنویسید که جرم عدسی را بتوان بر حسب D_S، D_L، R و β به‌دست آورد. تمام پاسخ‌های ممکن را در نظر بگیرید.

محاسبات و نکته‌های مهم

سؤال هفتم (۵۰ نمره)

در یک منظومه ستاره‌ای فرضی، ستاره مرکزی دارای جرمی بسیار بزرگ‌تر از سیارات و اجرام اطرافش است. این ستاره دارای جرمی ۱۰ برابر جرم خورشید و شعاعی ۱۰۰ برابر شعاع خورشید است. یک سیارک با ابعاد ناچیز در مداری دایروی با شعاع ۱٫۲ واحد نجومی به دور این ستاره می‌گردد. یک سیاره با شعاع یک سوم شعاع ستاره نیز در همان صفحه مداری سیارک، در مداری دایروی با شعاع ۱ واحد نجومی به دور ستاره می‌گردد. جهت گردش سیاره و سیارک مانند هم است.

الف) از دید ناظر روی سیارک، هنگامی‌که سیاره از جلوی ستاره عبور می‌کند، مدت زمانی که سیاره جلوی ستاره است و حداقل بخش کوچکی (غیر صفر) از ستاره را پوشانده است چند روز است؟

ب) ناظر روی سیارک، هنگامی که سیاره از پشت ستاره عبور می‌کند، در چند روز کلاً سیاره را نمی‌تواند ببیند؟

سؤال هشتم (۶۵ نمره)

داده‌های رصدی ۴ ابرنواختر نوع SN Ia در جدول زیر داده شده است. F شار دریافتی است. z قرمزگرایی کهکشان میزبان ابرنواختر است. فرض کنید درخشندگی ابرنواختر نوع SN Ia در روشنایی بیشینه برابر است با $L_{SUN} \times ۵٫۸ \times ۱۰^{۹}$.

الف) مقادیر فاصله ابرنواختر از ما، d_{SN} (فاصله ویژه، proper distance) را بر حسب مگا پارسک و ثابت هابل را بر حسب $\frac{km}{s \cdot Mpc}$ برای هر ابرنواختر به دست آورده و در جدول موجود در پاسخنامه وارد کنید. در جدول، F_{Sun} شار رسیده از خورشید به زمین است.

ب) بر اساس این داده‌های رصدی، تخمینی از سن عالم را بر حسب سال، به همراه خطا گزارش کنید.

z	$F(۱۰^{-۱۸} F_{sun})$	$d_{SN}(Mpc)$	$H_{۰}(\frac{km}{s \cdot Mpc})$
۰٫۰۵۰	۳٫۲۸۰		
۰٫۰۷۱	۱٫۶۲۳		
۰٫۰۸۷	۱٫۱۱۴		
۰٫۱۱۰	۰٫۷۰۵		

سؤال نهم (۷۰ نمره)

می‌دانیم که خورشید در انتهای عمر خود به یک کوتوله سفید تبدیل می‌شود که ابعادی در حدود ابعاد زمین خواهد داشت.

الف) نشان دهید که در طول عمر خورشید اندازه حرکت زاویه‌ای (تکانه زاویه‌ای) آن به دور خودش همواره ثابت است.

محاسبات و نکته‌های مهم

ب) خورشید به صورت یک جسم صلب نمی‌چرخد. دوره تناوب منطقه استوایی و قطبی آن به ترتیب در حدود ۲۴ روز و ۳۰ روز است ولی برای سادگی فرض کنیم که خورشید جسم صلبی است که دوره تناوب آن حدود ۲۷ روز باشد. دوره تناوب خورشید زمانی که به کوتوله سفید تبدیل می‌شود چند دقیقه خواهد بود؟

ج) یک ناظر بیرونی وقتی خورشید را در اچ- آلفا (Hα) با طول موج ۶۳۲۸ آنگستروم مشاهده می‌کند، پهنای طول موجی خط Hα ناشی از دوران آن چند آنگستروم خواهد شد؟

امروزه میدان مغناطیسی به طور متوسط روی کل سطح خورشید در حدود ۱۰۰ میکرو تسلا است. مقدار شار مغناطیسی در فرایند تحول ستاره را ثابت در نظر بگیرید. خز اچ- آلفا (Hα) به واسطه اثر جداشدگی زیمان می‌تواند به دو خط مجزا تبدیل شود که مقدار فرکانس‌های آن خطوط از رابطه زیر به‌دست می‌آید

$$\nu = \nu_{\circ} \pm \frac{\mu_B B}{h}$$

در رابطه بالا B میدان مغناطیسی، h ثابت پلانک و μ_B مگنتون بور نامیده می‌شود که برابر با مقدار زیر است

$$\mu_B = \frac{eh}{۴\pi m_e}$$

که در آن e بار الکترون، m_e جرم الکترون و h ثابت پلانک است.

د) مقدار جداشدگی $\Delta\nu$ ناشی از اثر زیمان را در زمانی که خورشید به کوتوله سفید تبدیل می‌شود محاسبه کنید. آن را با قسمت ج مقایسه کرده و بگوید که آیا خط Hα به صورت دو خط جداگانه دیده می‌شود یا خیر؟

سؤال دهم (۸۵ نمره)

در منظومه‌ای خیالی، یازده سیاره به جرم زمین به دور ستاره‌ای مرکزی با جرم زمین می‌گردند. مدار این سیارات یک مدار مشترک دایروی با شعاع یک واحد نجومی است و آن‌ها به صورت منتظم روی دایره توزیع شده‌اند.

الف) انرژی مکانیکی منظومه را بر حسب ژول به‌دست آورید.

ناگهان ستاره مرکزی محو می‌شود. از این پس:

ب) نسبت بیشترین میانگین فاصله ۱۱ جرم باقیمانده از همدیگر به کمترین میانگین فاصله آن‌ها از همدیگر را به‌دست آورید.

ج) چه مدت زمان طول می‌کشد که میانگین فاصله ۱۱ جرم از کمترین مقدار به بیشترین مقدارش برسد؟ پاسخ خود را بر حسب سال گزارش کنید.

د) حداقل جرم ستاره مرکزی را به نحوی تعیین کنید که پس از محو شدن ستاره، منظومه مقید نماند و متلاشی شود. پاسخ خود را بر حسب جرم زمین بیان کنید.

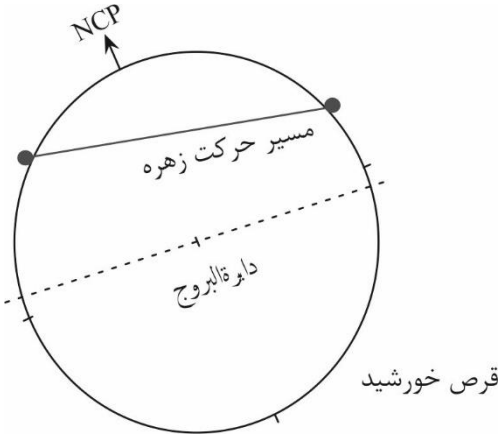
محاسبات و نکته‌های مهم

سؤال یازدهم (۱۰۰ نمره)

گذر زهره از مقابل خورشید پدیده‌ای نادر در آسمان می‌باشد که در هر قرن حداکثر ۲ بار روی می‌دهد. اگر چه در قرن بیستم این پدیده رخ نداد اما اوایل قرن بیست و یکم، دو مرتبه گذر زهره در آسمان رویت شد و تا بیش از ۹۰ سال دیگر ما شاهد چنین پدیده‌ای نخواهیم بود. آخرین گذر زهره در تاریخ ۱۶ و ۱۷ خرداد ماه ۱۳۹۱ رخ داده که از ساعت ۱۰: ۲۲ روز ۱۶ ام تا ساعت ۵۰: ۴ بامداد روز ۱۷ ام به وقت گرینویچ به طول انجامید. رصدگری می‌خواهد از این پدیده عکس بگیرد اما او زمانی متوجه وقوع این پدیده می‌شود که حداقل سه ساعت از شروع این پدیده گذشته است. او تصویری زیبا از این پدیده ثبت کرده است که در زیر آن را مشاهده می‌کنید. در تصویر دوم، مسیر حرکت زهره بر روی قرص خورشید نسبت به راستای قطب شمال سماوی (NCP) و دایرةالبروج مشخص شده است. از خروج از مرکز مدار زهره و زمین و حرکت مداری زمین به دور خورشید در مدت گذر صرف‌نظر کنید. تصویر دوم ممکن است نسبت به تصویر اول چرخانده شده باشد.

الف) تصویر در چه ساعتی به وقت گرینویچ ثبت شده است؟

ب) طول و عرض جغرافیایی عکاس را به دست آورید.



محاسبات و نکته‌های مهم

سؤال دوازدهم (۱۲۰ نمره)

آرش کمان‌گیر از اسطوره‌های ایرانی است که برای تعیین مرز ایران و توران، تیری پرتاب کرد و جان خود را از دست داد. فرض کنید آرش زاویه دست خود را با افق ۶۰ درجه گرفته باشد و این تیر از نقطه‌ای به عرض جغرافیایی $36^\circ 30' N$ و طول جغرافیایی $52^\circ 42' E$ پرتاب شده باشد و هدف آرش این باشد که تیرش به نقطه‌ای با عرض جغرافیایی $37^\circ 35' N$ و طول جغرافیایی $61^\circ 48' E$ اصابت کند. از ارتفاع نقطه پرتاب و نقطه اصابت تیر نسبت به سطح دریا صرف‌نظر کنید. آرش برای این پرتاب سرعت اولیه لازم را به تیر می‌دهد. اما او چرخش زمین را در نظر نگرفته است بنابراین سرعتی به تیر می‌دهد که اگر زمین به دور خود نمی‌چرخید و اصطکاک هوا وجود نداشت، به هدف اصابت می‌کرد.

الف) آرش با چه سرعت اولیه‌ای تیر را پرتاب می‌کند؟

ب) با در نظر گرفتن اثر چرخش زمین به دور خود و صرف‌نظر از اصطکاک هوا، تعیین کنید، محل اصابت تیر آرش چند کیلومتر از روی سطح زمین با هدفی که داشته است، فاصله دارد؟

محاسبات و نکته‌های مهم