باسمه تعالی
جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
باشگاه دانش‌پژوهان جوان

مبارزهٔ علمی برای جوانان، زنده‌کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیّت‌هاست. «امام خمینی (ره)»

دفترچهٔ سؤالات مرحلهٔ اوّل سال ۱۴۰۳

سی و پنجمین دورهٔ المپیاد کامپیوتر

تعداد سؤالات	مدّت آزمون
۲۰ سؤال	۱۵۰ دقیقه

نام:	نام‌خانوادگی:	شمارهٔ صندلی:

توضیحات مهم

استفاده از هرنوع ماشین‌حساب ممنوع است.

۱ــ بلافاصله پس از آغاز آزمون، تعداد سؤالات داخل دفترچه و همهٔ برگه‌هاي دفترچهٔ سؤالات را بررسي نماييد، در صورت هرگونه نقصي در دفترچه، در اسرع وقت مسؤول جلسه را مطّلع کنید.
۲ــ يك برگ پاسخ‌برگ در اختيار شما قرار گرفته که مشخّصات شما بر روي آن نوشته شده است، در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسؤول جلسه را مطّلع کنید. ضمناً مشخّصات خواسته شده در پایین پاسخ‌برگ را با مداد مشکی بنویسید.
۳ــ برگهٔ پاسخ‌برگ را دستگاه تصحيح مي‌كند، پس آن را تا نكنيد و تميز نگه داريد و به علاوه، پاسخ هر پرسش را با مداد مشكي نرم در محلّ مربوط علامت بزنيد. لطفاً خانهٔ مورد نظر را كاملاً سياه كنيد.
۴ــ دفترچه سوال باید همراه پاسخ‌برگ تحویل داده شود.
۵ــ پاسخ درست به هر سوال ۴ نمرهٔ مثبت و پاسخ نادرست ۱ نمرهٔ منفي دارد.
۶ــ شرکت‌کنندگان در دورهٔ تابستاني از بين دانش‌آموزان پايهٔ دهم و يازدهم انتخاب مي‌شوند.
۷ــ سایت المپیاد کامپیوتر opedia.ir می باشد.

- زمان آزمون ۱۵۰ دقیقه است.
- آزمون ۲۰ سوال دارد.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست به هر سوال ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه‌ها به طور تصادفی است.
- سوالات ۱۸ تا ۲۰ در یک دسته‌ی چند سوالی آمده‌اند و قبل از این دسته توضیحی ارائه شده است.

---

۱ ۱۴۰۳ نفر دور دایره‌ای قرار دارند. هر کدام از این افراد یا **راست‌گو** است یا **دروغ‌گو**. فرض بر این است که افراد دروغ‌گو همواره دروغ، و افراد راست‌گو همیشه راست می‌گویند. همه‌ی افراد می‌گویند که حداقل یکی از دو نفر مجاورشان (در دایره) دروغ‌گو است. در این جمع، حداقل و حداکثر چند نفر دروغ‌گو وجود دارد؟

۱) ۴۶۷ و ۷۰۲ ۲) ۴۶۸ و ۷۰۱ ۳) ۴۶۸ و ۷۰۲ ۴) ۴۶۷ و ۷۰۱ ۵) ۴۶۷ و ۱۴۰۳

۲ جدولی ۱۰×۳ داریم. به یک مجموعه‌ی ۴ عضوی از خانه‌های جدول **الماس** می‌گوییم اگر خانه‌ی دیگری از جدول وجود داشته باشد که با هر یک از این ۴ خانه ضلع مشترک داشته باشد. می‌خواهیم تعدادی از خانه‌های این جدول را علامت بزنیم به طوری که در هر الماس، حداقل یک خانه علامت خورده باشد. کم‌ترین تعداد خانه‌ای که باید علامت بزنیم چند است؟

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۰ ۵) ۴

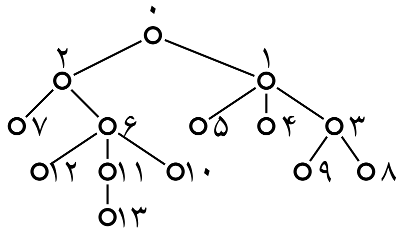
۳ یک عدد طبیعی x داریم که می‌خواهیم آن را به عدد ۱ تبدیل کنیم. در هر مرحله، می‌توانیم یکی از دو عمل زیر را روی آن انجام دهیم:

- کاهش عدد: با انجام این عمل، اگر مقدار عدد ما در این مرحله از ۵ بیش‌تر بود، ۵ واحد از مقدار آن کم می‌شود.
- شیفت دورانی ارقام عدد: با انجام این عمل، چپ‌ترین رقم عدد (رقم پرارزش) به سمت راست عدد منتقل می‌شود و پس از آن، همه‌ی صفرهای سمت چپ عدد (در صورت وجود) پاک می‌شوند؛ مثلاً اگر عدد ما در این مرحله ۳۰۰۰۴۵۲ باشد، با یک مرتبه انجام این عمل، به ۴۵۲۳، و با انجام مجدد آن، به ۵۲۳۴ تبدیل می‌شود.

به ازای چند عدد ۳ رقمی x (یعنی $۱۰۰ \leqslant x \leqslant ۹۹۹$)، می‌توانیم با انجام تعدادی متناهی از دو عمل بالا به عدد ۱ برسیم؟

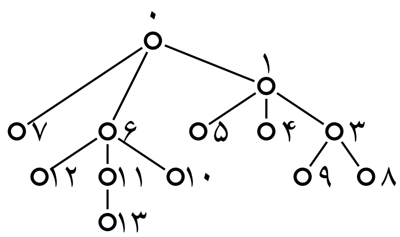
۱) ۹۰۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۷۲۰ ۵) ۳۶۰

۴ ۱۴ شرکت داریم که از ۰ تا ۱۳ شماره‌گذاری شده‌اند. هر شرکت با تعدادی شرکت دیگر ارتباط دارد. ارتباط این شرکت‌ها با هم به صورت شکل زیر مدل می‌شود که در آن، هر نقطه نمایان‌گر یک شرکت است و دو شرکت با هم ارتباط دارند اگر پاره‌خطی بین آن‌ها رسم شده باشد.



در هر مرحله، شرکت ۰ می‌تواند یکی از شرکت‌هایی را که با آن ارتباط دارد، حذف کند و با شرکت‌هایی که پیش‌تر با شرکت حذف‌شده ارتباط داشتند، ارتباط برقرار کند. بیش‌ترین تعداد ارتباطی که شرکت ۰ می‌تواند بعد از اعمال تعدادی از این مراحل داشته باشد، چند است؟

به عنوان مثال، فرض کنید شرکت ۰ که در ابتدا با دو شرکت ۱ و ۲ ارتباط دارد، بخواهد شرکت ۲ را حذف کند و با شرکت‌هایی که پیش‌تر با شرکت ۲ ارتباط داشتند، ارتباط بگیرد. پس از این مرحله، ارتباط شرکت‌ها با هم به شکل زیر در می‌آید و شرکت ۰ با سه شرکت ۱، ۶ و ۷ ارتباط خواهد داشت.

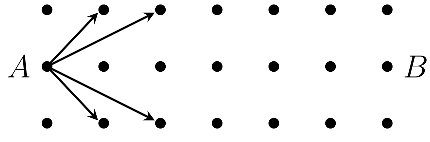


۱) ۷ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۵ ۵) ۶

۵ در شکل زیر، تعداد روش‌های رسیدن از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B با <u>حداکثر</u> ۵ بار استفاده از حرکات مجاز چیست؟
یک حرکت مجاز عبارت است از رفتن از نقطه‌ی فعلی به یکی از چهار نقطه‌ی زیر (در صورت وجود):

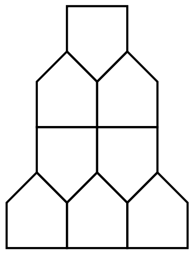
- نقطه‌ای که یک واحد بالاتر و یک واحد راست‌تر از نقطه‌ی فعلی است،
- نقطه‌ای که یک واحد پایین‌تر و یک واحد راست‌تر از نقطه‌ی فعلی است،
- نقطه‌ای که یک واحد بالاتر و دو واحد راست‌تر از نقطه‌ی فعلی است،
- نقطه‌ای که یک واحد پایین‌تر و دو واحد راست‌تر از نقطه‌ی فعلی است.

به عنوان نمونه، در شکل زیر، حرکت‌های مجاز از نقطه‌ی A با پیکان نشان داده شده‌اند.



۱) ۱۲ ۲) ۳۲ ۳) ۱۶ ۴) ۳۶ ۵) ۲۴

۶ شکل زیر نقشه‌ی یک برج را نشان می‌دهد که می‌خواهیم آن را با ۸ بلوک پنج ضلعی بسازیم. در هر مرحله، برای این که بتوانیم یک بلوک جدید را در جای خود قرار دهیم، لازم است این بلوک یا در پایین‌ترین ردیف (روی سطح زمین) باشد، و یا تمام بلوک‌های پایین‌تر از آن که با آن، حداقل یک ضلع مشترک دارند، قبل از آن در جای خود قرار داده شده باشند. به چند روش می‌توانیم این برج را بسازیم؟ دو روش ساخت برج متمایزند اگر و تنها اگر ترتیب قرار دادن بلوک‌ها در جایشان در این دو روش تفاوت داشته باشد.



۱) ۴۵ ۲) ۵۶ ۳) ۲۴ ۴) ۵۲ ۵) ۲۲

۷ تعدادی آدم با قدهای مختلف به ترتیب از جلوی یک نانوایی عبور می‌کنند. نانوایی یک صف عجیب دارد که در ابتدا خالی است. هر نفر که از جلوی نانوایی عبور می‌کند، تصمیم می‌گیرد که وارد نانوایی بشود یا نه. اگر تصمیم گرفت وارد نشود، محل را ترک می‌کند و دیگر به آن‌جا باز نمی‌گردد. ولی در صورت ورود به نانوایی، به روش زیر به صف عجیب آن ملحق می‌شود:

- در صورتی که صف خالی باشد یا قدش از نفر آخر صف بلندتر باشد، به آخر صف اضافه می‌شود؛
- اگر قدش از نفر آخر بلندتر نباشد، نفر اول صف باید از صف خارج شود و محل را ترک کند و سپس، این فرد به آخر صف اضافه می‌شود. نفر اول پس از ترک محل، هرگز به صف باز نمی‌گردد.

فرض کنید دنباله‌ی زیر از چپ به راست، قد افراد را به ترتیب عبورشان از جلوی نانوایی نشان می‌دهد. در میان تمامی حالات تصمیم‌گیری این افراد برای وارد شدن/نشدن به نانوایی، طول این صف عجیب حداکثر چه‌قدر می‌شود؟

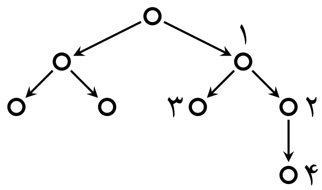
۱, ۹, ۱۰, ۶, ۱۱, ۱۵, ۲, ۱۲, ۳, ۱۳, ۷, ۸, ۵, ۱۴, ۴

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۶ ۴) ۷ ۵) ۱۰

۸ به چند طریق می‌توان اعداد ۱ تا ۶ را در یک ردیف قرار داد به طوری که ۱ با ۲ مجاور نباشد، ۳ با ۴ مجاور نباشد، و ۵ هم با ۶ مجاور نباشد؟ به عنوان مثال، ترتیب ۱۴۳۵۲۶ شرایط خواسته‌شده را ندارد چون اعداد ۴ و ۳ در آن مجاور هستند، ولی ترتیب ۱۳۶۲۵۴ این شرایط را دارد.

۱) ۲۱۶ ۲) ۴۸ ۳) ۱۹۲ ۴) ۸۰ ۵) ۲۴۰

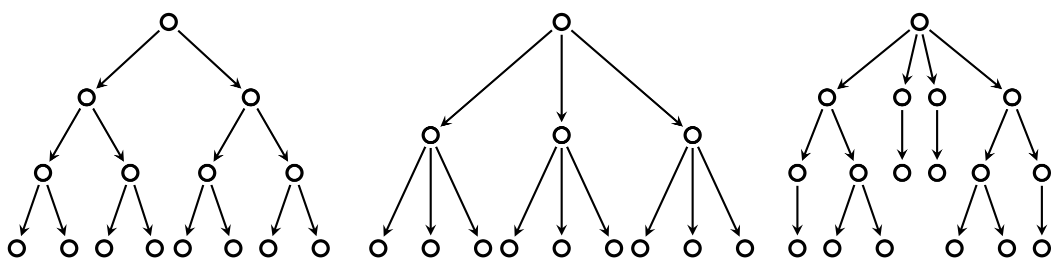
۹ مداری داریم که از تعدادی لامپ و سیم یک‌طرفه تشکیل شده است. هر سیم یک‌طرفه از یک لامپ مانند A خارج، و به یک لامپ مانند B وارد می‌شود. در این صورت، این سیم را یک **سیم خروجی** از لامپ A، و لامپ B را لامپ **انتهای** این سیم می‌نامیم. هر گاه به یک لامپ جریان برق وارد شود، آن لامپ روشن شده و سپس، جریان برق از طریق همه‌ی سیم‌های خروجی آن لامپ به لامپ‌هایی وارد می‌شود که در انتهای این سیم‌ها قرار دارند؛ و این روند به همین شکل، برای لامپ‌های بعدی ادامه پیدا می‌کند. به عنوان مثال، شکل زیر مداری را نشان می‌دهد که در آن، لامپ‌ها با دایره و سیم‌های یک‌طرفه با پاره‌خط‌های جهت‌دار نشان داده شده‌اند. با وارد شدن جریان برق به لامپ شماره‌ی ۱ در این مدار، لامپ‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ روشن می‌شوند، ولی وضعیت بقیه‌ی لامپ‌ها تغییر نمی‌کند.



حسین و زهرا روی یک مدار بازی می‌کنند. این بازی به صورت زیر است:
در ابتدا، تمامی لامپ‌ها خاموش هستند و جریان برق در هیچ جای مدار وجود ندارد. با شروع از حسین، هر شخص در نوبت خود، یک لامپ خاموش را که حداقل یکی از دو ویژگی زیر را داشته باشد، انتخاب، و جریان برق را به آن وارد می‌کند.

- هیچ سیم خروجی‌ای نداشته باشد.
- حداقل یک سیم خروجی به یک لامپ روشن داشته باشد.

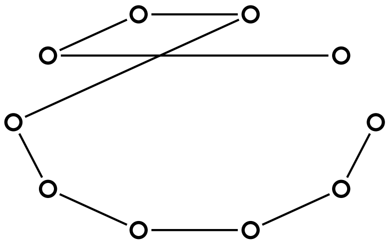
بالطبع پس از تعدادی مرحله، همه‌ی لامپ‌ها روشن خواهند شد. کسی که آخرین حرکت را انجام دهد، برنده‌ی بازی محسوب می‌شود. می‌گوییم حسین برای یک مدار **استراتژی بُرد** دارد اگر بتواند در بازی روی آن مدار، طوری اقدام کند که (مستقل از حرکت‌های زهرا) همواره برنده‌ی بازی باشد. در شکل زیر، سه مدار «الف»، «ب» و «پ» نشان داده شده است. کدام گزینه همه‌ی مدارهایی را نشان می‌دهد که حسین برایشان استراتژی برد دارد؟



مدار «الف»   مدار «ب»   مدار «پ»

۱) مدار «الف»   ۲) مدارهای «ب» و «پ»   ۳) مدارهای «الف» و «ب»   ۴) مدار «ب»   ۵) مدار «پ»

۱۰ اکبر آقا و محمد آقا در حال انجام یک بازی روی کاغذ هستند. آن‌ها ۱۰ رأس روی کاغذ کشیده‌اند و همانند شکل زیر، میان برخی از آن‌ها پاره‌خط رسم کرده‌اند. می‌دانیم هیچ سه رأسی هم‌خط نیستند.



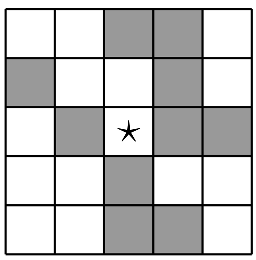
به یک نحوه‌ی رسم پاره‌خط‌ها **نقلی** می‌گوییم اگر بتوان رأس‌ها را طوری از ۱ تا ۱۰ شماره‌گذاری کرد که برای هر $i \in \{۱, ۲, \ldots, ۹\}$، بین رأس‌های با شماره‌ی i و $i + ۱$ پاره‌خط کشیده شده باشد و هیچ پاره‌خط دیگری در صفحه کشیده نشده باشد. مثلاً در شکل بالا، نحوه‌ی رسم پاره‌خط‌ها نقلی محسوب می‌شود.
در آغاز بازی، اکبر آقا مهره‌ای را روی یکی از رأس‌ها قرار داده و یک رأس دیگر (متفاوت با رأس دارای مهره) را به عنوان رأس **مقصد** انتخاب می‌کند. بازی به این صورت است که در ابتدای هر مرحله، اکبر آقا یکی از رأس‌هایی را که مستقیماً با پاره‌خط به رأس دارای مهره متصل است، انتخاب کرده و مهره را به آن رأس انتقال می‌دهد. در ادامه، محمد آقا یکی از پاره‌خط‌های کشیده‌شده (بین دو رأس) را پاک می‌کند و پاره‌خط دیگری را به دل‌خواه خود بین دو رأس رسم می‌کند، با این شرط که نحوه‌ی رسم پاره‌خط‌ها هم‌چنان نقلی باقی بماند. به ازای چند حالت از روش‌های انتخاب رأس دارای مهره و رأس مقصد، اکبر آقا می‌تواند مهره را با تعداد متناهی مرحله به رأس مقصد برساند (و محمد آقا تحت هیچ شرایطی نمی‌تواند جلوی او را بگیرد)؟

۱) ۰ ۲) ۹۰ ۳) ۴۵ ۴) ۱۸ ۵) ۹

۱۱ جدولی ۵×۵ داریم که در ابتدا، هیچ یک از خانه‌های آن رنگ نشده است. در هر مرحله، یک خانه از جدول را که تاکنون رنگ نشده است، رنگ می‌کنیم و به تعداد خانه‌های رنگ‌شده‌ی متصل به آن امتیاز می‌گیریم. دو خانه‌ی متمایز از جدول **متصل** محسوب می‌شوند اگر:

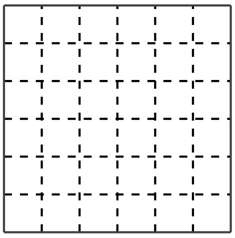
- هم‌سطر باشند و تمامی خانه‌های آن سطر که بین آن دو خانه هستند، رنگ شده باشند،
- یا هم‌ستون باشند و تمامی خانه‌های آن ستون که بین آن دو خانه هستند، رنگ شده باشند.

برای مثال در شکل زیر، خانه‌های رنگی با خاکستری رنگ شده‌اند. با رنگ کردن خانه‌ای که با ستاره مشخص شده است، ۵ امتیاز می‌گیریم، چرا که این خانه به ۳ خانه‌ی دیگر در سطرش و ۲ خانه‌ی دیگر در ستونش متصل است. مجموع امتیازی که می‌توانیم با رنگ کردن همه‌ی خانه‌ها به‌دست آوریم، حداکثر چند است؟

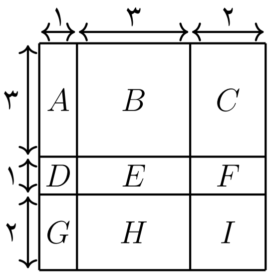


۱) ۶۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۲۵ ۴) ۱۵۰ ۵) ۷۶

۱۲ نگار یک تخته شکلات دارد. این تخته شکلات به‌صورت یک جدول ۶ × ۶ مانند شکل زیر است که ۵ خط افقی و ۵ خط عمودی برای بُرش دارد. این خطوط در شکل زیر با خط‌چین مشخص شده‌اند.



او ۲ خط از ۵ خط افقی و ۲ خط از ۵ خط عمودی را انتخاب می‌کند و شکلات را از روی آن خط‌ها بُرش می‌دهد تا تعدادی تکه‌ی کوچک‌تر ایجاد شود. هدف نگار این است که حداقل یکی از تکه‌های ایجاد شده ۱ × ۱ باشد. به عنوان مثال، اگر اولین و چهارمین خط عمودی از چپ، و سومین و چهارمین خط افقی از بالا برای بُرش انتخاب شوند، ۹ تکه ایجاد می‌شوند که مطابق شکل زیر، با حروف A، B، ... و I نام‌گذاری شده‌اند. با این شرایط، تکه شکلات D یک تکه‌ی ۱ × ۱ خواهد شد.



این کار به چند روش قابل انجام است؟ دو روش برای انجام این کار متمایز محسوب می‌شوند، اگر و تنها اگر مجموعه‌ی خطوط انتخاب‌شده‌ی آن‌ها با هم برابر نباشد.

۱) ۶۴ ۲) ۴۹ ۳) ۱۰۰ ۴) ۸۱ ۵) ۲۵

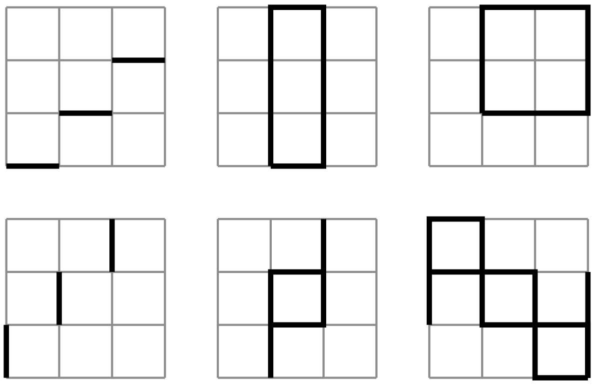
۱۳ یک بیماری داریم که فرآیند ارث‌بری آن به صورت زیر است:

- اگر دقیقاً یکی از پدر و مادر بیمار باشد، فرزند نیز بیمار می‌شود،
- وگرنه (اگر هر دو والد بیمار باشند یا هیچ‌کدام بیمار نباشند)، فرزند بیمار نمی‌شود.

۵ زوج (پدر و مادر) داریم که به آن‌ها **نسل اول** می‌گوییم. هر یک از زوج‌های نسل اول دارای یک فرزند دختر و یک فرزند پسر هستند که به این فرزندان، **نسل دوم** می‌گوییم. به صورت تصادفی، یک دختر و یک پسر از نسل دوم را که با هم خواهر و برادر نیستند، انتخاب کردیم تا با هم ازدواج کنند. این زوج صاحب فرزندی به نام «شاخ شمشاد» شدند. در فرآیند انتخاب پدر و مادر شاخ شمشاد، احتمال انتخاب همه‌ی زوج‌های ممکن از نسل دوم برابر بوده است. با این شرایط، به ازای چند حالت از $۲^{۱۰}$ حالت بیمار بودن یا نبودن هر یک از ۱۰ نفر نسل اول، احتمال بیمار بودن شاخ شمشاد بیش‌تر از $\frac{۱}{۲}$ می‌شود؟

۱) ۵۱۲ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۰۲۲ ۴) ۳۲۰ ۵) ۶۴۰

۱۴ یک جدول ۳ × ۳ داریم که روی آن، ۶ الگو به شکل زیر تعریف شده‌اند:



به یک زیرمجموعه از این الگوها **روان** می‌گوییم اگر تنها با عبور از اجتماع خطوط پررنگی که در آن زیرمجموعه از الگوها آمده‌اند، بتوان از نقطه‌ی پایین چپ جدول به نقطه‌ی بالا راست آن رسید. کدام گزینه پاسخ درست به پرسش‌های زیر است؟

۱. کمینه‌ی اندازه‌ی یک مجموعه‌ی روان چند است؟
۲. چند زیرمجموعه‌ی روان وجود دارد؟ (لازم نیست اندازه‌ی آن‌ها کمینه باشد.)

هر گزینه به شکل «x و y» است که در آن، x پاسخ پرسش اول، و y پاسخ پرسش دوم می‌باشد.

۱) ۴ و ۱۲ ۲) ۳ و ۱۶ ۳) ۳ و ۱۷ ۴) ۳ و ۱۲ ۵) ۴ و ۱۵

۱۵ در یک سرزمین، ۱۰ شهر با شماره‌های ۱ تا ۱۰ قرار دارند. جادوگر این سرزمین فعالیت حرفه‌ای خود را از ابتدای یک روز، در شهر ۱ شروع کرده است. این جادوگر شهر (محل اقامت) خود را هر روز تغییر می‌دهد و نحوه‌ی جابه‌جایی‌اش بر اساس قوانین زیر است:

- قانون ۱: اگر روزی در شهر ۱ باشد، ۹ روز بعدی را به ترتیب در شهرهای ۲، ۳، ۴، ... و نهایتاً ۱۰ سپری می‌کند.
- قانون ۲: اگر روزی در شهر ۱۰ باشد، ۹ روز بعدی را به ترتیب در شهرهای ۹، ۸، ۷، ... و نهایتاً ۱ سپری می‌کند.

به عنوان مثال، جادوگر روز هفتم فعالیتش را در شهر ۷، روز یازدهم فعالیتش را در شهر ۹، و روز بیستم فعالیتش را در شهر ۲ می‌گذراند.
ما نمی‌دانیم جادوگر در چه روزی کار خود را شروع کرده، ولی از قوانین ۱ و ۲ مطلع هستیم و هم‌چنین می‌دانیم در روز اول کارش، در شهر ۱ بوده است. قصد داریم که در برخی از شهرها دوربین نصب کنیم و شهرهای دوربین‌دار را از صبح روز ۱ فروردین تا پایان روز ۶ فروردین (فقط برای ۶ روز) رصد کنیم. با این کار، به ازای هر شهر دوربین‌دار می‌فهمیم که از میان این ۶ روز رصد، جادوگر دقیقاً در کدام روز (یا شاید روزها) در آن شهر بوده است. هدف این است که از روز ۷ فروردین به بعد، شهر محل اقامت جادوگر را بدون نیاز به هیچ دوربینی بدانیم. باید حداقل در چند شهر دوربین نصب کنیم تا همواره بتوانیم به هدف خود برسیم؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۵ ۵) ۱

۱۶ پریسا و زینب مشغول انجام یک بازی هستند. در ابتدا، پریسا باید بین دو گزینه‌ی زیر، یکی را انتخاب کند:

الف) او ۲ تاس پرتاب کند و زینب ۱ تاس.

ب) او ۱۰۰ تاس پرتاب کند و زینب ۱۰ تاس.

پس از آن که پریسا انتخابش را کرد، هر کدام از دو نفر به تعداد مشخص‌شده تاس می‌ریزد و بیشینه‌ی مقدار تاس‌های این دو نفر مقایسه می‌شود. فرض کنید بیش‌ترین مقدار در بین تاس‌های زینب برابر Z و برای پریسا برابر P باشد. اگر $P > Z$، پریسا برنده‌ی بازی محسوب می‌شود، و در غیر این صورت (یعنی اگر $P \leqslant Z$)، زینب برنده‌ی بازی خواهد بود.
به عنوان مثال، اگر پریسا حالت «الف» را انتخاب کند، او ۲ تاس می‌ریزد و زینب ۱ تاس. حال، فرض کنید نتیجه‌ی پرتاب تاس‌های پریسا به‌ترتیب ۱ و ۵، و نتیجه‌ی پرتاب تاس زینب نیز ۵ باشد. در این صورت، داریم $P = Z = ۵$، و در نتیجه، زینب برنده‌ی بازی خواهد بود.
می‌دانیم احتمال آمدن هر یک از مقادیر ۱ تا ۶ در هر پرتاب تاس، برابر $\frac{۱}{۶}$ است. احتمال برنده شدن پریسا در حالت «الف» را با A و احتمال برنده شدنش در حالت «ب» را با B نمایش می‌دهیم. کدام یک از گزینه‌های داده‌شده گزاره‌ی درستی را بیان می‌کند؟

۱) $A < \frac{۱}{۲} < B$ ۲) $B < \frac{۱}{۲} < A$ ۳) $A < B < \frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲} < A < B$ ۵) $\frac{۱}{۲} < B < A$

۱۷ هر یک از خانه‌های جدول ۸ × ۵ زیر را می‌توان با یکی از دو حرف X یا O پُر کرد. مطابق شکل، ۸ خانه‌ی این جدول از قبل پر شده‌اند. می‌خواهیم بقیه‌ی خانه‌های جدول را نیز با X یا O پر کنیم و سپس، مجموعه‌ی همه‌ی خانه‌های جدول را به تعدادی مجموعه افراز کنیم به این صورت که هر دو خانه‌ای که ضلع مشترک دارند، در یک مجموعه قرار گیرند اگر و فقط اگر با حرف یکسانی پر شده باشند. این افراز حداکثر چند مجموعه می‌تواند داشته باشد؟

		O	O	O	O		
		X	X	X	X		

۱) ۲۶ ۲) ۲۴ ۳) ۱۹ ۴) ۲۲ ۵) ۲۰

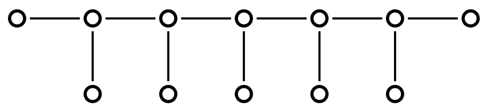
در هر شرکت، روابط دوستی بین کارمندان دو طرفه است. در صورت نیاز، می‌توان روابط دوستی در یک شرکت را به این صورت نشان داد که برای هر فرد، در صفحه یک نقطه گذاشته، و بین نقاط متناظر با هر دو نفر که با یک‌دیگر دوست هستند، یک پاره‌خط کشید.
قرار است مجموعه‌ای از کارمندان شرکت به عنوان **کارمند نمونه** انتخاب شوند. یک کارمند **خوشحال** است اگر و تنها اگر در مجموعه‌ی متشکل از خود او و همه‌ی دوستانش در این شرکت، **تعداد** افراد انتخاب‌شده به عنوان کارمند نمونه عددی فرد باشد. شرکت **در آرامش** است اگر و تنها اگر همه‌ی کارمندانش خوشحال باشند. به **تعداد** حالات انتخاب کارمندان نمونه‌ی یک شرکت به طوری که شرکت در آرامش باشد، **درجه‌ی آزادی** آن شرکت گفته می‌شود.

با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

۱۸ در یک شرکت با ۲۰۲۵ کارمند، روابط دوستی به گونه‌ای است که می‌توان همه‌ی کارمندان را دور یک میز دایره‌ای نشاند به طوری که هر کس با دو نفر مجاورش دوست باشد و با فرد دیگری دوست نباشد. درجه‌ی آزادی این شرکت چند است؟

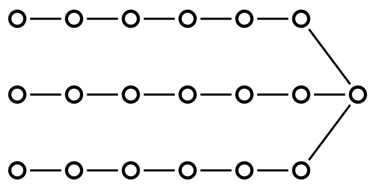
۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۳ ۵) هیچ کدام

۱۹ شکل زیر روابط دوستی در یک شرکت با ۱۲ کارمند را نشان می‌دهد. درجه‌ی آزادی این شرکت چند است؟



۱) ۲ ۲) ۰ ۳) ۴ ۴) ۱ ۵) ۸

۲۰ شکل زیر روابط دوستی در یک شرکت با ۱۹ کارمند را نشان می‌دهد. درجه‌ی آزادی این شرکت چند است؟



۱) ۱۶ ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) ۸ ۵) ۲